

Вариант 1

1. Упростите выражение $(a + 2b)^2 - (a - b)(b + a)$ и найдите его значение при $a = 1$ и $b = \frac{1}{5}$.
2. Решите уравнение $\frac{5x + 2}{3} + \frac{3x - 1}{5} = 5$.
3. Найдите значение выражения $\frac{(3^4)^2 \cdot 2^{11}}{4 \cdot 36^4}$.
4. Постройте график функции $y = 3x - 6$ и определите, проходит ли он через точки $A(41; 117)$ и $B(53; 152)$.
5. Сумма двух чисел равна 80, а сумма 50% первого числа и 25% второго числа равна 26. Найдите эти числа.
6. Решите уравнение $(x - 2)(5x + 3) = (x - 2)(3x - 5)$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $(2a + b)^2 - (2a - 3b)(3b + 2a)$ и найдите его значение при $a = 2$ и $b = \frac{1}{5}$.
2. Решите уравнение $\frac{4x + 2}{7} + \frac{3x - 5}{4} = 3$.
3. Найдите значение выражения $\frac{(5^3)^5 \cdot 3^{16}}{9 \cdot 225^7}$.
4. Постройте график функции $y = 2x - 4$ и определите, проходит ли он через точки $A(43; 82)$ и $B(56; 106)$.
5. Сумма двух чисел равна 90, а сумма 75% первого числа и 50% второго числа равна 61. Найдите эти числа.
6. Решите уравнение $(x - 3)(6x + 5) = (x - 3)(2x - 3)$.

Вариант 1

1. Используя формулы квадрата суммы и разности квадратов, упростим данное выражение. Получаем $(a + 2b)^2 - (a - b)(b + a) = (a + 2b)^2 - (a - b)(a + b) = a^2 + 4ab + 4b^2 - (a^2 - b^2) = a^2 + 4ab + 4b^2 - a^2 + b^2 = 4ab + 5b^2 = b(4a + 5b)$.

Найдем значение этого выражения при $a = 1$ и $b = \frac{1}{5}$.

Получаем $\frac{1}{5} \cdot \left(4 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5} \cdot (4 + 1) = \frac{1}{5} \cdot 5 = 1$.

(Ответ: 1.)

2. Умножим все члены уравнения $\frac{5x+2}{3} + \frac{3x-1}{5} = 5$ на число 15. Получаем равносильное уравнение $\frac{5x+2}{3} \cdot 15 + \frac{3x-1}{5} \cdot 15 = 5 \cdot 15$, или $(5x+2) \cdot 5 + (3x-1) \cdot 3 = 75$, или $25x + 10 + 9x - 3 = 75$, или $34x = 68$, откуда $x = 2$.

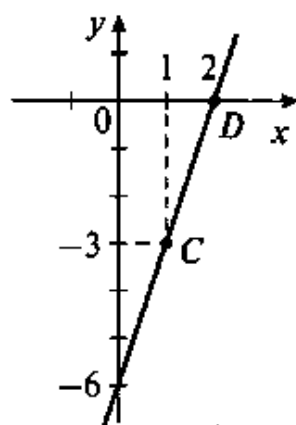
(Ответ: $x = 2$.)

3. Учтем, что $3 \cdot 2 = 6$, и используем свойства степеней. Получаем $\frac{(3^4)^2 \cdot 2^{11}}{4 \cdot 36^4} = \frac{3^{4 \cdot 2} \cdot 2^{8+3}}{4 \cdot (6^2)^4} = \frac{3^8 \cdot 2^8 \cdot 2^3}{4 \cdot 6^{2 \cdot 4}} = \frac{(3 \cdot 2)^8 \cdot 2^3}{4 \cdot 6^8} = \frac{6^8 \cdot 8}{4 \cdot 6^8} = 2$.

(Ответ: 2.)

4. Построим график функции $y = 3x - 6$. Этим графиком будет прямая линия. Для построения найдем две точки, принадлежащие графику. Например, при $x = 1$ найдем $y = 3 \cdot 1 - 6 = -3$, при $x = 2$ найдем $y = 3 \cdot 2 - 6 = 0$. Таким образом, график проходит через точки $C(1; -3)$ и $D(2; 0)$. Отметим эти точки и проведем через них прямую.

Теперь определим, проходит ли она через точки $A(41; 117)$ и $B(53; 152)$. Найдем значение функции при $x = 41$ и получим $y = 3 \cdot 41 - 6 = 123 - 6 = 117$. Так как это значение равно ординате точки A , то график проходит через точку A .



Найдем значение функции при $x = 53$ и получим $y = 3 \cdot 53 - 6 = 159 - 6 = 153$. Так как это значение не равно ординате точки B , то график не проходит через точку B .

(Ответ: проходит через точку A и не проходит через точку B .)

5. Пусть первое число равно x , а второе число равно y . По условию их сумма равна 80. Поэтому получаем первое уравнение $x + y = 80$. Один процент числа x равен $\frac{x}{100}$, тогда 50% числа x равны $\frac{x}{100} \cdot 50 = \frac{x}{2}$. Один процент числа y равен $\frac{y}{100}$, тогда 25% числа y равны $\frac{y}{100} \cdot 25 = \frac{y}{4}$. По условию сумма чисел $\frac{x}{2}$ и $\frac{y}{4}$ равна 26. Поэтому получаем второе уравнение $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 26$.

Имеем систему двух линейных уравнений
$$\begin{cases} x + y = 80, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 26. \end{cases}$$

Решим систему способом подстановки. Из первого уравнения выразим $y = 80 - x$ и подставим это выражение во второе уравнение. Получаем линейное уравнение с одним неизвестным $\frac{x}{2} + \frac{80 - x}{4} = 26$. Умножим все члены уравнения на число 4 и получим $\frac{x}{2} \cdot 4 + \frac{80 - x}{4} \cdot 4 = 26 \cdot 4$, или $2x + 80 - x = 104$, или $x + 80 = 104$, откуда $x = 24$. Используя формулу $y = 80 - x$, найдем $y = 80 - 24 = 56$.

(Ответ: первое число 24, второе число 56.)

6. Перенесем все члены уравнения $(x - 2)(5x + 3) = (x - 2) \times (3x - 5)$ в левую часть и разложим их на множители. Получаем $(x - 2)(5x + 3) - (x - 2)(3x - 5) = 0$, или $(x - 2)(5x + 3 - 3x + 5)$, или $(x - 2)(2x + 8) = 0$. Так как произведение двух множителей равно

Вариант 2

1. Используя формулы квадрата суммы и разности квадратов, упростим данное выражение. Получаем $(2a + b)^2 - (2a - 3b)(3b + 2a) = (2a + b)^2 - (2a - 3b)(2a + 3b) = 4a^2 + 4ab + b^2 - (4a^2 - 9b^2) = 4a^2 + 4ab + b^2 - 4a^2 + 9b^2 = 4ab + 10b^2 = 2b(2a + 5b)$.

Найдем значение этого выражения при $a = 2$ и $b = \frac{1}{5}$.

$$\text{Получаем } 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(2 \cdot 2 + 5 \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{2}{5} \cdot (4 + 1) = \frac{2}{5} \cdot 5 = 2.$$

(Ответ: 2.)

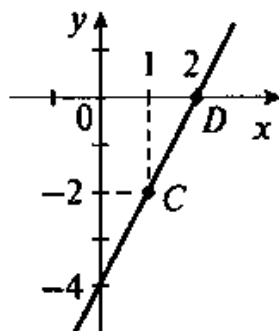
2. Умножим все члены уравнения $\frac{4x+2}{7} + \frac{3x-5}{4} = 3$ на число 28. Получаем равносильное уравнение $\frac{4x+2}{7} \cdot 28 + \frac{3x-5}{4} \cdot 28 = 3 \cdot 28$, или $(4x+2) \cdot 4 + (3x-5) \cdot 7 = 84$, или $16x + 8 + 21x - 35 = 84$, или $37x = 111$, откуда $x = 3$.

(Ответ: $x = 3$.)

3. Учтем, что $5 \cdot 3 = 15$, и используем свойства степеней. Получаем $\frac{(5^3)^5 \cdot 3^{16}}{9 \cdot 225^7} = \frac{5^{3 \cdot 5} \cdot 3^{16}}{9 \cdot (15^2)^7} = \frac{5^{15} \cdot 3^{16}}{9 \cdot 15^{14}} = \frac{5^{14} \cdot 5 \cdot 3^{14} \cdot 3^2}{9 \cdot 15^{14}} = \frac{(5 \cdot 3)^{14} \cdot 5 \cdot 9}{9 \cdot 15^{14}} = \frac{15^{14} \cdot 5}{15^{14}} = 5$.

(Ответ: 5.)

4. Построим график функции $y = 2x - 4$. Этим графиком будет прямая линия. Для построения найдем две точки, принадлежащие графику. Например, при $x = 1$ найдем $y = 2 \cdot 1 - 4 = -2$, при $x = 2$ найдем $y = 2 \cdot 2 - 4 = 0$. Таким образом, график проходит через точки $C(1; -2)$ и $D(2; 0)$. Отметим эти точки и проведем через них прямую.



Теперь определим, проходит ли она через точки $A(43; 82)$ и $B(56; 106)$. Найдем значение функции при $x = 43$ и получим $y = 2 \cdot 43 - 4 = 86 - 4 = 82$. Так как это значение равно ординате точки A , то график проходит через точку A .

Найдем значение функции при $x = 56$ и получим $y = 2 \cdot 56 - 4 = 112 - 4 = 108$. Так как это значение не равно ординате точки B , то график не проходит через точку B .

(*Ответ:* проходит через точку A и не проходит через точку B .)

5. Пусть первое число равно x , а второе число равно y . По условию их сумма равна 90. Поэтому получаем первое уравнение $x + y = 90$. Один процент числа x равен $\frac{x}{100}$, тогда 75% числа x равны $\frac{x}{100} \cdot 75 = \frac{3}{4}x$. Один процент числа y равен $\frac{y}{100}$, тогда 50% числа y равны $\frac{y}{100} \cdot 50 = \frac{y}{2}$. По условию сумма чисел $\frac{3}{4}x$ и $\frac{y}{2}$ равна 61. Поэтому получаем второе уравнение $\frac{3}{4}x + \frac{y}{2} = 61$.

Имеем систему двух линейных уравнений
$$\begin{cases} x + y = 90, \\ \frac{3}{4}x + \frac{y}{2} = 61. \end{cases}$$

Решим систему способом подстановки. Из первого уравнения выразим $y = 90 - x$ и подставим это выражение во второе уравнение. Получаем линейное уравнение с одним неизвестным $\frac{3}{4}x + \frac{90 - x}{2} = 61$. Умножим все члены уравнения на число 4 и получим $\frac{3}{4}x \cdot 4 + \frac{90 - x}{2} \cdot 4 = 61 \cdot 4$, или $3x + (90 - x) \cdot 2 = 244$, или $3x + 180 - 2x = 244$, или $x + 180 = 244$, откуда $x = 64$. Используя формулу $y = 90 - x$, найдем $y = 90 - 64 = 26$.

(*Ответ:* первое число 64, второе число 26.)

6. Перенесем все члены уравнения $(x - 3)(6x + 5) = (x - 3) \times (2x - 3)$ в левую часть и разложим их на множители. Получаем $(x - 3)(6x + 5) - (x - 3)(2x - 3) = 0$, или $(x - 3)(6x + 5 - 2x + 3) = 0$, или $(x - 3)(4x + 8) = 0$. Так как произведение двух множителей равно нулю, то один из этих множителей равен нулю. Получаем два линейных уравнения $x - 3 = 0$ (корень $x = 3$) и $4x + 8 = 0$ (корень $x = -2$). Итак, данное уравнение имеет два корня: $x = 3$ и $x = -2$.

(*Ответ:* $x = 3$ и $x = -2$.)